

ЛАВИРИНТИ

LABYRINTHS

МИЛИЦА ДИМИЋ, VII разред, Основна школа „Стевица Јовановић” Панчево,
Регионални центар за таленте „Михајло Пупин” Панчево

ТАМАРА ЦИЦУЉ, VII разред, Основна школа „Васа Живковић” Панчево,
Регионални центар за таленте „Михајло Пупин” Панчево

МАРИЈА МИХАЈЛОВ, професор математике, Регионални центар за таленте
„Михајло Пупин” Панчево

РЕЗИМЕ

У овом раду дискутујемо о настанку, функцији и значењу лавирината. Такође навешћемо и неке од најпознатијих лавирината.

КЉУЧНЕ РЕЧИ: лавиринти, математика, митологија

ABSTRACT

In this research we are discussing the origins, function and meaning of labyrinths. We will also name some of the most famous labyrinths.

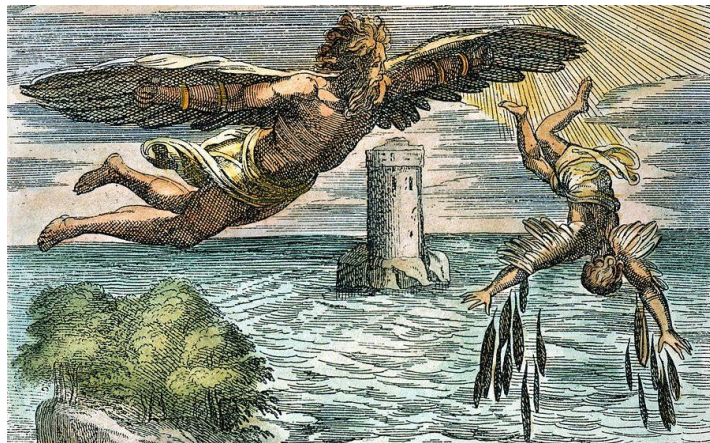
KEY WORDS: labyrinths, mathematics, mythology

УВОД

Лавиринти представљају специфичан начин уметничког изражавања у уметностима различитих периода.

Појавили су се као цртежи на грнчарији или корпама и урезани на зидовима пећина или цркава. Римљани су изградили многе првенствено декоративне дизајне лавиринта на зидовима и подовима, у плочицама или мозаику.

У грчкој митологији, Лавиринт је била сложена, збуњујућа структура коју је дизајнирао и изградио легендарни мајстор Дедал за краља Миноса са Крита на Кносу. Његова функција је била да држи Минотаура, чудовиште које је убио херој Тезеј.



Слика 1. Дедал и Икар
Picture 1. Daedalus and Ikar

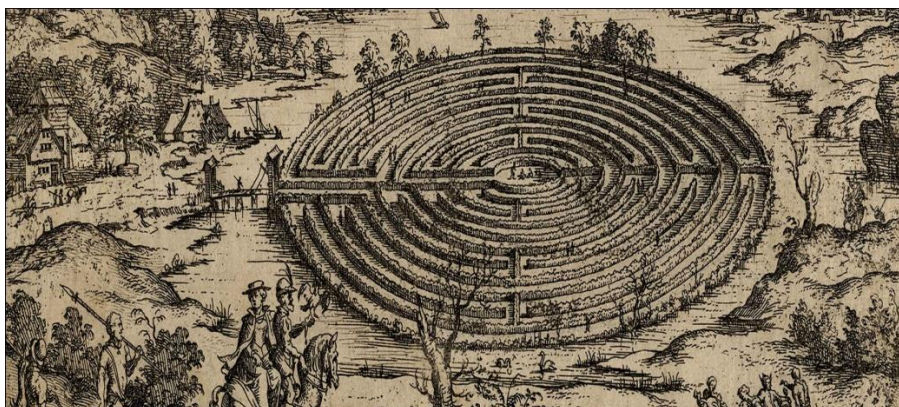
Лавиринт у миту и историји

Лавиринт је наручио краљ Минос, а дизајнирао архитекта Дедал. Лавиринт је био изграђен тако да је било немогуће пронаћи излаз, али Тезеју је помогло клупко конца које му је дала принцеза Аријадна. Или је то барем најчешће прихваћена прича – дубље копање у мит открива мноштво контрадикторних верзија.

Минотаур је био плод љубави Минојеве жене и једног бика којег је Посејдон, Бог мора, избацио из воде и даровао краљу Крита. Син тог неприродног сједињења био је чудовишно биће са телом човека и главом бика. Миној га се стидео толико да је одлучио да га затвори у једну палату из које неће моћи да изађе. То је било више налик на мрачни затвор, гранао се у безброј ходника где би изгубио оријентацију свако ко би ту ушао. Зато је назван „Лавиринт”.

РЕЗУЛТАТИ ИСТРАЖИВАЊА И ДИСКУСИЈА

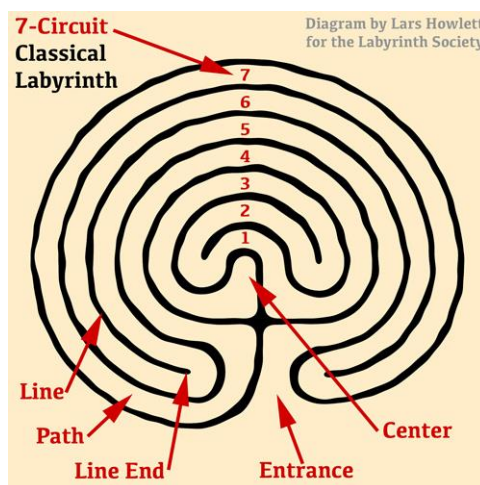
Лавиринт је сложена комбинација стаза или пролаза у којима је тешко снаћи се или доћи до излаза. Његово првобитно значење је крајњи предак, овде изазван двема непрекидним линијама које спајају његових дванаест примарних слојева. Лавиринт је аналогија за живот. То није било каква загонетка коју треба решити, већ пут значења који треба искусити. Њена стаза је кружна и закривљена, али нема ћорсокака. Лавиринт има један улаз и један излаз. Могу се сматрати симболичним облицима ходочашћа, људи могу ходати путем, уздижући се ка спасењу или просветљењу. Подсећа нас да када верујемо и следимо сопствени пут и мање се фокусирамо на навигацију, а више на савршенство раста на путовању, постајемо задивљенији, усредсређенији и успешнији.



Слика 2:Лавиринт из историје
Picture 2:A labyrinth from history

Делови лавиринта су следећи: линија, стаза, крај линије, улаз и центар или излаз. И даље се могу идентификовати по броју кола - постоје два главна типа лавиринта: класични, са 7 кола и средњовековни/Шартр, са 11.

Рачунајући од центра слика доле илуструје дизајн са седам кола. Генерално у центру сте прешли половину удаљености, где је уобичајено да застанете, окренете се и поново изађете.



Слика 3: Класичан Лавиринт са 7 кола
Picture 3: 7-circuit Classical Labyrinth

Леворуки или десноруки лабиринт

Леворуки или десноруки лабиринт је одређен смером првог скретања након уласка у лабиринт. Џеф Савард је сматрао да су отприлике две трећине дрвених класичних лавирината били дешњаци, а две трећине модерних класичних лавирината леворуки. Ниједан није бољи од другог – потпуно зависи од личних преференција.

Важи ли правило леве руке за лавиринте?

Понекад! Праћење левог (или десног) зида је загарантован начин да се дође до крајње тачке многих лавирината, међутим то не функционише са свим лавиринтима.

Сналажење у лабиринту

Постоји много начина да побегнете из лабиринта користећи логику и математику. Ово су неки од примера:

1. Користите мапу. Ако имате мапу лабиринта, можете је искористити да пронађете излаз.
2. Користите компас. Компас вам може помоћи да се оријентишете и да пронађете пут назад до улаза.
3. Користите мрежни систем. Прво треба поделити лабиринт на мрежу квадрата, а затим пратити свој напредак тако што ће те пратити квадрате које сте посетили.
4. Користите компјутерски програм. Ови програми користе различите алгоритме да пронађу излаз, укључујући враћање уназад, претрагу у дубину и у ширину.

Најбољи начин да побегнете из лабиринта користећи логику и математику зависиће од специфичних карактеристика лабиринта. Све наведене методе могу бити ефикасне ако се правилно користе.

Математика лабиринта

Математика се често пореди са пејзажом, или чак са целим универзумом. Још једна аналогија коју неки људи воле да користе јесте да је математика лабиринт: човек може да се годинама врти у круг, а да тога није ни свестан, или да направи стотине скретања и неочекивано пронађе нови пут до познате територије.

Прва особа која је истраживала лавиринте са математичке тачке гледишта био је Ојлер. Ова истраживања су га навела да да неке од првих доприноса предметима који су сад познати као теорија графова и топологија. Лабиринт обично изгледа веома неуредно, тако да прва ствар коју би математичар морао да уради јесте да га среди и да га апстрахује у колекцију чворова (или врхова) спојених путањама (или ивицама). Овај објекат је познат као граф у простој математици.

Ако се лабиринт може представити графом који има врхове и ивице тако да је сваки пар темена спојен само једном ивицом, онда је познат као савршен лабиринт. Ако даље захтевамо да ни једна ивица нема придружене правце онда је граф познат као дрво. Лабиринт је тривијално савршен лабиринт јер се може представити једним паром врхова спојених једном ивицом (који имају једну путању која се може пратити од почетка до краја).



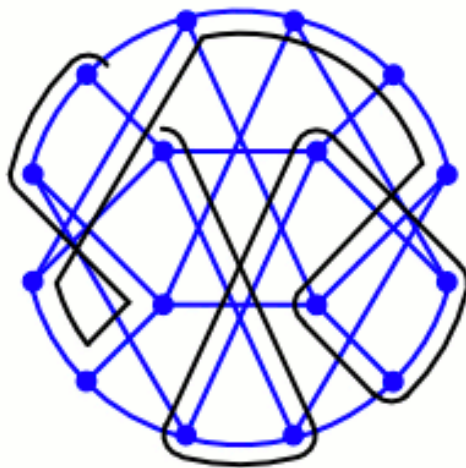
Слика 4: Пример савршеног лавиринта
Picture 4: Example of a perfect labyrinth

Несавршен лавиринт представљен је графом који садржи парове темена спојених са више од једне ивице.



Слика 5: Пример несавршеног лавиринта
Picture 5: Example of an unperfect labyrinth

Тип лавиринта који је посебно привлачан теоретичарима графова познат је као Хамилтонов лавиринт. Циљ Хамилтоновог лавиринта је пронаћи јединствену путању која обилази сваки врх, осим почетне и крајне тачке, тј. путања која обилази сваки врх једном, а затим се враћа на почетак. Такав пут је познат као Хамилтонов циклус. Хамилтонова путања посећује сваки врх једном без потребе да се врати назад.

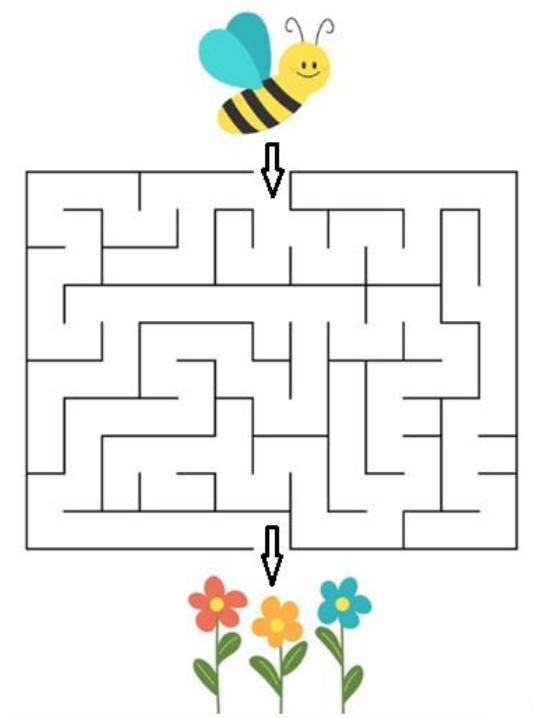


Слика 6: Хамилтонов пут
Picture 6: Hamiltonian path

Лавиринти у настави математике

Лавиринти у настави математике се односе на сложеност долажења до решења, да би се решио проблем потребно је неколико операција и ученици ће морати да пролазе напред - назад кроз свастечена знања која су стекли током школовања.

Лавиринте срећемо још у предшколском образовању. У циљу што интересантнијег укључивања детета у усвајање релација лево, десно, горе, доле. Користећи стрелице за означавање смера: $\rightarrow$ (десно), $\leftarrow$ (лево), $\uparrow$ (горе), $\downarrow$ (доле), од детета се тражи да запише једну варијанту пређеног пута. Имајући на уму различите нивое предзнања детета игру можемо усложњавати.



Слика 7. Лавиринт у предшколском образовању

Picture 7: Labyrinth in preschool education

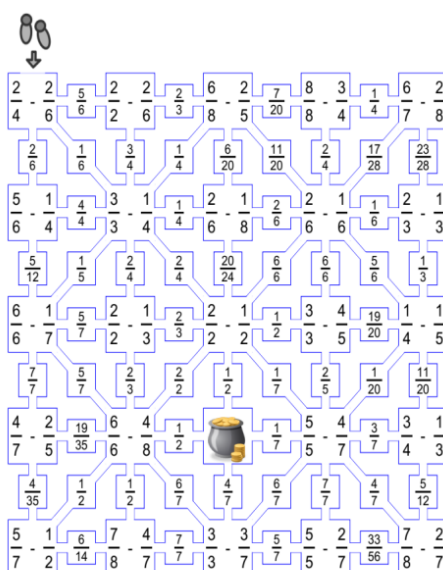
Многи часописи за предшколце и децу која похађају вртић објављују разне лавиринте прилагођене узрасту деце. Часопис „ Витез” иако има главну улогу да помаже у активном стицању знања као и да развија машту, формира навику читања, подиже језичку културу, писменост и обавештеност, редовно у објављује и лавиринте за предшколце и на тај начин развија логичко размишљање код малишана.



Слика 8. Часопис Витез за децу од 3 до 5 година
Picture 8: Magazine for children from 3 to 5 years old

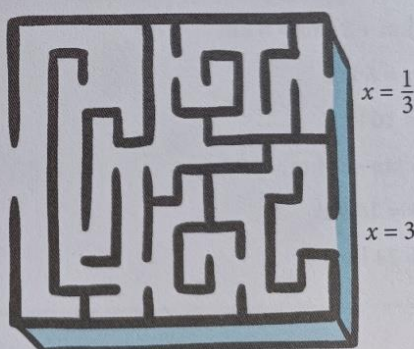
У нижим разредима основне школе употреба лавирината има за циљ подстицање интересовања за предмет математике кроз употребу игре, за развој пажње и довитљивости, логичког размишљања.

За решавање задатака где се јављају лавиринти у вишим разредима основне школе потребно је поред логичког и апстрактног размишљања и одређени ниво математичке писмености како би се лавиринт успешно савладао.



Слика 9. Примена Лавиринта-одузимање разломака, пети разред основне школе
Picture 9: Application of Labyrinths-substraction of fractions, fifth grade of elementary school

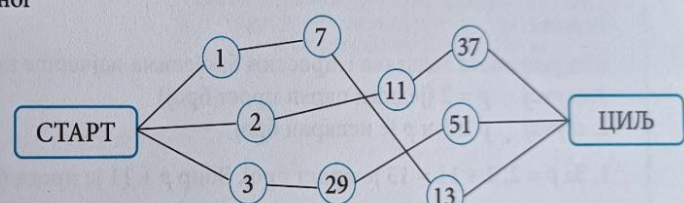
53 Нађи пут кроз лавиринт повезујући једначину с њеним решењем.

$$\left(\frac{1}{3 \cdot 7} + \frac{1}{3 \cdot 11} + \frac{1}{7 \cdot 11}\right) \cdot x = \frac{1}{33}$$


Слика 10. Примена Лавирината -решавање једначина са разломцима-пети разред
Додатна настава математике ,Креативни Центар
Picture 10: Application of Labyrinths-solving equations with fractions-fifth grade
Additional mathematics lessons, Creative Center

6 Извиђачима су понуђена три различита пута од старта до циља. Услов је да могу да пролазе само кроз базе нумерисане простим бројевима, крећући се од базе до базе праволинијски. На колико начина могу стићи до циља?
Заокружи слово испред тачног одговора и обој те базе.

а) на један начин
б) на два начина
в) на три начина



Слика 11. Примена Лавирината(графа) -логичко комбинаторни задатак, додатна настава пети разред
Додатна настава математике ,Креативни Центар
Picture 11: Application of Labyrinth (graph)- logical combinatorial task, additional teaching fifth grade
Additional mathematics lessons, Creative Center

Занимљива математичка литература

Данашње тржиште обилује гомилом занимљивих и нама доступних материјала који имају за циљ да код деце развијају логичко мишљење и закључивање. Наводимо неке књиге у којима се јављају Лавиринти и разне друге математичке главоломке. „Велики лавиринти” је књига Керстин Робсона у издању издаваче куће Креативни центар. Књига садржи 50 лавирината који воде кроз једну необичну авантуру. „Око света кроз лавиринте” аутора Ане Брет је књига води вас на узбудљив и занимљив пут око света кроз 48 лавирината. „Шерлок Њушкломс и мистерија несталог мађионичара” аутора Тима Колинса је роман – мозгалица која садржи 28 главоломки (лабиринти, тражење разлика, праћење трагова) .

На интернету имамо палету лавирината прилигођене разним узрастима деце. Наводимо неке интернет странице на којима се могу преузети готови лавиринти или их можете сами направити постављајући сами неке захтеве које решавалац треба да одради:

1. <https://www.artrea.com.hr/labirinti.html>
2. Printable paper download Labyrinths free PDF download (paper24.org)
3. <https://www.justcolor.net/kids/educational-coloring-pages/labyrinths/>
4. <https://colorpdf.com/coloring-pages/for-kids/learning/labyrinth/>

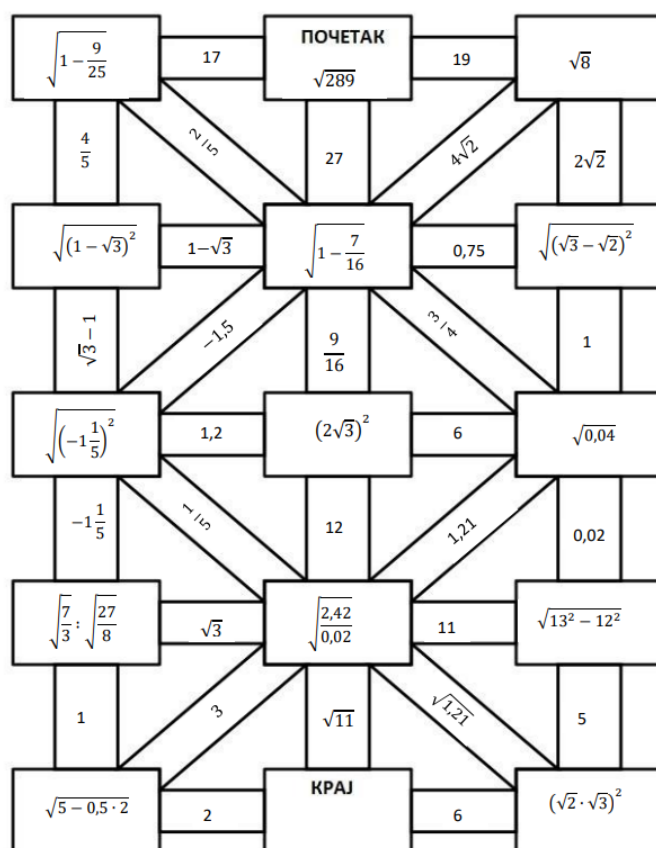
Лавиринти у виртуелном свету игара

Сналажљивост у простору, решавање проблема у виртуелном свету игара исто развија логичко мишљење. На интернету се могу пронаћи игрице које имају за циљ да се реши-савлада лавиринт како би се дошло до циља или чак постоји могућност да сами у оквиру игрице Minecraft играчи направе лавиринт. Наводимо неке игрице:

1. FREE LABYRINTH GAMES – Miniplay.com
2. Labirint – Igre – Igrajonline.com
3. Maze & labyrinth | Play Now Online for Free – Y8.com
4. Top games tagged labyrinth – itch.io

Лавиринти из нашег угла

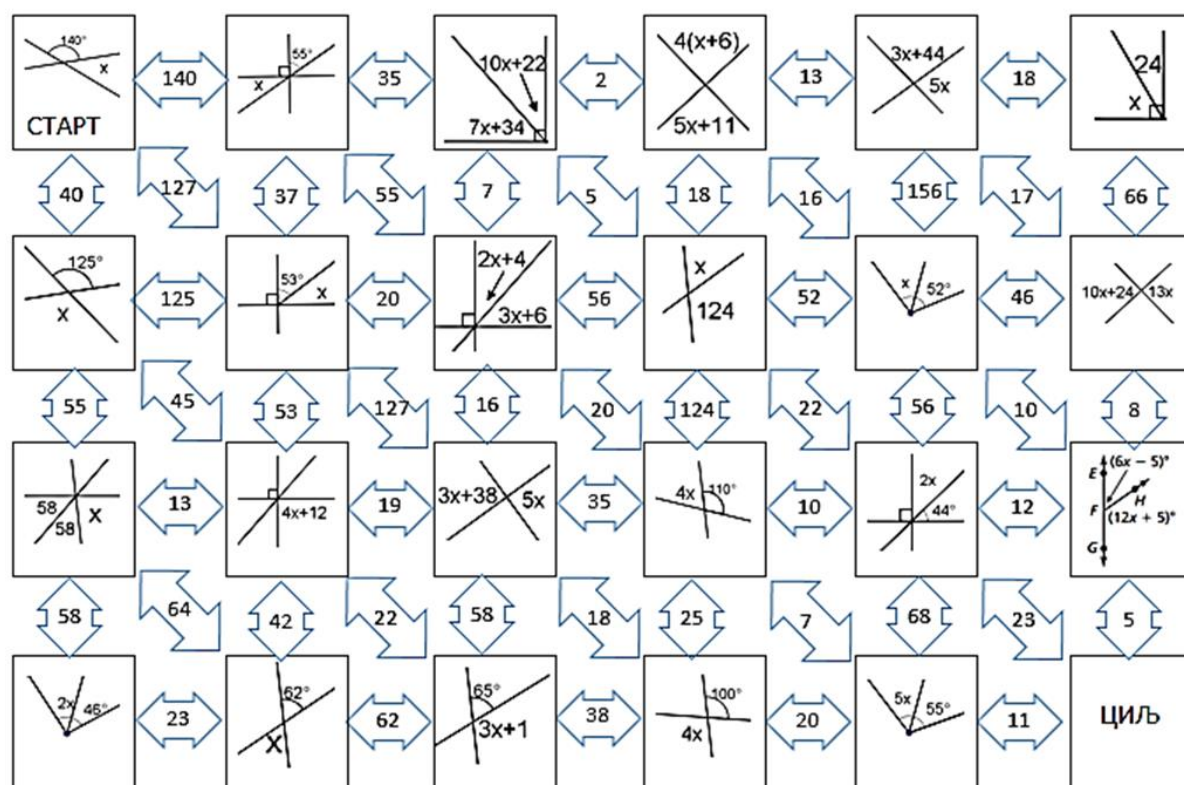
Инспирисане причом о лавиринтима одлучиле смо да направимо нашу верзију лавиринта. Основна идеја овог нашег математичког лавиринта јесте да на други начин провери усвојеност исхода за наставну тему квадратни корен – операције са коренима. Лавиринт садржи мини задатке везане за особине квадратног корена и операција са коренима.



Слика 12. Примена лавиринта –квадратни корен
Picture 12. Application of labyrinth -square root

83,33% учениka осмог разреда je решило лавиринт, док je 70% ученика седмог разреда решило лавиринт. На питање : „ Да ли ти се свиђа овакав начин понављања градива? ” 93,75% укупно тестираних ученика je рекло да.

45% ученика је решило лавиринт док је 15% ученика одмах одустало од решавања лавиринта.



Слика 13. Примена лавиринта –особине углова
Picture 13. Application of labyrinth – Features of the angles

На питање : „ Да ли ти се свиђа овакав начин понављања градива? “ 75% укупно тестираних шестака је рекло да.

Бора лавиринт

Лавиринт „Бора” је највећи лавиринт у Европи, односно има најдужу стазу дужине чак 3,5 километара. Налази се у централној Србији, недалеко од ауто-пута у Баточини. Он је направљен од живе оgrade и заузима површину од 2,7 хектара. Ту се налазе, поред стаза, шест мостова и осматрачница, где се налази помоћ уколико неко не успе да пронађе излаз. Време проласка, односно, изласка из лавиринта, зависи од особе до особе. Наша шетња је трајала сат времена. Парк садржи и друге атракције попут терена за мини голф, трамболина парк, играоницу и замкове за игру. Посетиоцима су на располагању и мапе, али сами бирају пут којим желе да крену.



Слика 14. Бора лавиринт
Picture 14. Bora labyrinth



Слика 15. Комбинација стаза Бора лавиринта
Picture 15 Combination of Bora labyrinth trails

ЗАКЉУЧАК

У овом истраживачком раду доказале смо зашто је битан лавиринт у математици при логичком решавању задатака. Од малих ногу пожељна је примена оваквог начина решавања проблема кроз наведене примере. У старијим разредима такође је пречица у проналазку одговора на постављена питања. У правом животу лавиринти се не користе тако често, али уколико неко жели да се одвоји од реалности посвећује им се максимално и у њима ужива.

ЛИТЕРАТУРА

- [1.]Н. А. Кун, *Легенде и митови старе Грчке*, Дечја књига Београд, 2001
- [2.]Р. Капорали, *Велика књига – митологија* , Евро-Ћунти, 2009
- [3.]Н. Јекић *Математика 5: збирка задатака: додатна настава* , Креативни центар, 2014
- [4.]А. Ратковић, *Учи и боји по броју*, Картонка, 2013
- [5.]https://www.researchgate.net/publication/343615560_The_Mathematics_of_Mazes
- [6.]<https://labyrinthsociety.org/about-labyrinths>
- [7.]<https://www.labyrinthpark.gr/en/history-of-labyrinth>
- [8.]<https://www.ashmolean.org/article/myths-of-the-labyrinth>
- [9.]<https://en.m.wikipedia.org/wiki/Labyrinth>